

鉛直荷重が短杭の水平抵抗に与える影響の解明

砂質地盤における水平抵抗増大効果とそのメカニズム

石崎 定幸^{*1} · Chian Siau Chen^{*2} · Leung Chun Fai^{*2}

Keywords : Lateral Resistance of Piles, Vertical Load, Short Piles, 3D Finite Element Analysis, Bearing Layer
杭の水平抵抗, 鉛直荷重, 短杭, 3次元FEM, 支持層

1. はじめに

近年の杭の技術進歩により、施工可能な軸部径は3m、先端拡大部の径は5.5mを超える、大径の場所打ちコンクリート杭の施工が可能となってきた。これらの径の増大は、長さ(L)と径(D)の比(L/D)の減少に繋がっている。 L/D が小さな「短杭」になると、建物の鉛直荷重は杭の周辺だけでなく、その先端にも伝わりやすくなり、鉛直荷重による先端地盤の特性の変化が杭の水平抵抗に影響を与える可能性がある。

一方で、現在の杭の設計¹⁾では、鉛直支持力と水平抵抗の評価は別々に実施されており、杭の水平抵抗評価で用いられる $p-y$ 曲線(水平地盤反力と相対変位(地盤と杭)の関係)は、鉛直荷重の影響を考慮せずに設定されている。すなわち、鉛直荷重と水平荷重の複合荷重による相互作用効果は考慮されていない。

数値シミュレーションや遠心載荷模型実験を用いた既往の研究^{2,3)}によれば、砂質地盤において、鉛直荷重は杭周辺地盤の拘束圧を増加させ、杭の水平抵抗を増加させることができることが示されている。しかし、これらの研究は均質な砂地盤に支持された「長杭」を主に対象としており、「短杭」において堅硬な支持層に支持される場合や、その先端に作用する摩擦力の影響は検討されていない。

そこで、本論文では、これらの課題を解決するため、砂質系の地盤において、鉛直荷重が支持層に支持された短杭の水平抵抗に与える影響について、3次元FEMより検討する。

2. 解析方法

表-1に解析ケースを、図-1に解析モデルの例を示す。本検討は砂質地盤における直杭を対象とする。日本建築学会 建築基礎構造設計指針(2019)¹⁾によると、 βL を指標として2.25より小さい杭を「短杭」、それ以上の杭を「長杭」と分類している。杭の特性値である β (1/m)は以下のように定義される。

$$\beta = (k_h B / 4EI)^{1/4} \quad (1)$$

ここに、 k_h は水平地盤反力係数(kN/m³)、 E と I は杭のヤング率(kN/m²)と断面二次モーメント(m⁴)である。載荷方向鉛直断面に対して軸対象条件であることから、片側のみをモデル化した。そのため、本論文に記載されている力は、杭1本分の半分となる。

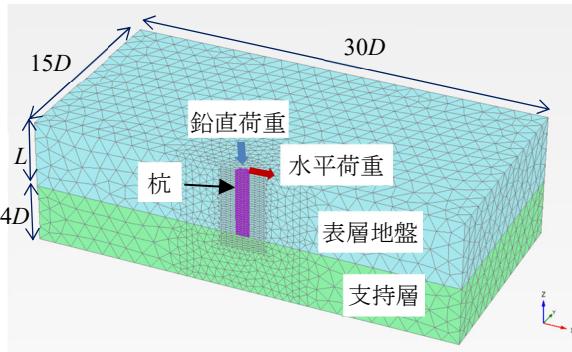
表-1 解析ケース

Table 1 Analysis Cases

D (m)	Type	L (m)	L/D	βL	表層 N値	支持層 N値	鉛直荷重 (kN)
1	短杭	2.5	2.5	0.5	50	982 or 0	
		4.7	4.7	1.0	-	137 or 0	
		7	7	1.5	50	982 or 0	
		12	12	2.5	-	137 or 0	
		20	20	4.2	50	982 or 0	
	長杭	7	2.3	0.5	-	137 or 0	
		14	4.7	1.0	50	8840 or 0	
		35	11.7	2.4	-	2650 or 0	
					50	8840 or 0	
					-	2650 or 0	
7							

*1 技術センター 都市基盤技術研究部 基礎構造研究室

*2 シンガポール国立大学



表層地盤の N 値は 7, 支持層の N 値は 50 とし, それぞれ砂質地盤とした。地下水位は深度 1m とした。地盤は, 10 節点の四面体要素によりモデル化し, その構成則には Hardening Soil with Small-strain stiffness モデル (HS-Small)⁴⁾を用いた。HS-Small の特徴は, 微小ひずみから大変形領域まで, 拘束圧に依存した体積, 剛性, 耐力の変化をモデル化できる点にある。

地盤の解析定数を表-2 に示す。三軸試験 (CD) の割線剛性 ($E_{ref,50}$) と内部摩擦角 (φ) は, 文献 1)に基づき, N 値から設定した。せん断波速度 (V_s) は, 今井⁵⁾の N 値からの推定式から設定した。それ以外のパラメータは PLAXIS3D のマニュアル⁶⁾を参考に設定した。

杭は直径 1m あるいは 3m のコンクリート杭とし, L/D を 2.3 から 20 まで変化させた。杭体は線形のソリッド要素でモデル化した。そのヤング率は, クラッキング⁷⁾を考慮して, 設計基準強度 30N/mm^2 から推定される値の約半分 ($13.3 \times 10^6 \text{kN/m}^2$) とした。

鉛直荷重は, 杭先端地盤の長期鉛直支持力, すなわち極限鉛直支持力の 1/3 として設定した (表-1)。杭頭には剛体のサーフェス要素を設けた。インターフェース要素を杭体と地盤の接触面に設けた。その材料定数は周辺地盤のものと同一とし, 耐力の低減係数は Eurocode 7⁸⁾を参考にして 1.0 とした。

解析では, 杭径, L/D , 支持層の有無などの重要な影響因子を変化させた上で (表-1), 水平載荷のみの場合と鉛直荷重と水平荷重の複合荷重を作用させた場合を

比較した。数値解析は以下の 4 つのフェーズで実施した。

- ・フェーズ 0: 地盤の自重解析による初期応力状態の計算
- ・フェーズ 1: 構造要素のモデル化
- ・フェーズ 2: 杭頭への鉛直荷重の載荷
- ・フェーズ 3: 杭頭部の強制変位 (杭頭を回転自由にした上で, D の 10% まで変位を与える)

杭の側面に作用している水平土圧と底面に作用している摩擦力を分離して評価するため, 地盤と杭の接触面に設置しているインターフェース要素に作用している水平力を抽出し, 分析した⁹⁾。

3. 鉛直荷重が杭の水平抵抗に与える効果

図-2 に水平荷重と杭頭変位の関係を, それぞれ先端地盤の長期鉛直支持力および杭径で無次元化して示す。図中の凡例 “H+V” と “H” は, 鉛直と水平の複合載荷, および水平載荷のみの結果を示している。複合載荷時の水平荷重 (実線) は水平載荷のみ (点線) の場合と比べて増加している。この増加量は, L/D が小さいほど, 大きくなる傾向がある。

鉛直荷重がない場合の杭の水平抵抗は, 支持層の有無にかかわらず, L/D が小さくなるほど減少する傾向がある (図-2 点線)。しかしながら, 支持層があり L/D が 5 以下の場合は, 鉛直荷重の影響により, 杭頭変位が $0.1D$ の時の水平抵抗の大小関係が逆転している (図-2(b), (d) 黒と青の実線)。

鉛直荷重が水平抵抗力 (ここでは, 杭頭変位 $0.1D$ の時の値) に与える効果を評価するため, 鉛直荷重による水平抵抗力の増加量 (PVC : Percentage Variation due to Combined loading) を次式より算出した。

$$PVC = (LCWV - LCPL) / LCPL \times 100(%) \quad (2)$$

表-2 地盤の解析定数
Table 2 Material Parameters for Soil

Layers	Unit Weight (kN/m^3)	N Value	$E_{ref,50}$ (kN/m^2)	$E_{ref,oed}$ (kN/m^2)	$E_{ref,ur}$ (kN/m^2)	ν_{ur}	V_s (m)	$G_{ref,0}$	c	φ ($^\circ$)	ψ ($^\circ$)	R_f	m	P_{ref} (kN/m^2)	$\gamma_{0.7}$
Surface Layer	18.5	7.0	4,900	4,900	14,700	0.20	153	44,200	0.2	31.8	1.8	0.9	0.5	100.0	4.0E-04
Bearing Layer	19.5	50.0	35,000	35,000	105,000	0.20	400	318,000	0.0	40.0	10.0	0.9	0.5	*	4.0E-04

*層の上面における有効鉛直応力

$E_{ref,50}$: 三軸試験 (CD) の割線剛性, $E_{ref,oed}$: 圧密試験の接線剛性, $E_{ref,ur}$: 除荷/載荷剛性, ν_{ur} : ポワソン比, V_s : せん断波速度, $G_{ref,0}$: 初期せん断剛性, c : 粘着力, φ : 内部摩擦角, ψ : ダイレータンシー角, R_f : 破壊応力の比, m : 剛性の応力依存性に関する指標, P_{ref} : 剛性の基準応力, $\gamma_{0.7}$: せん断ひずみの閾値

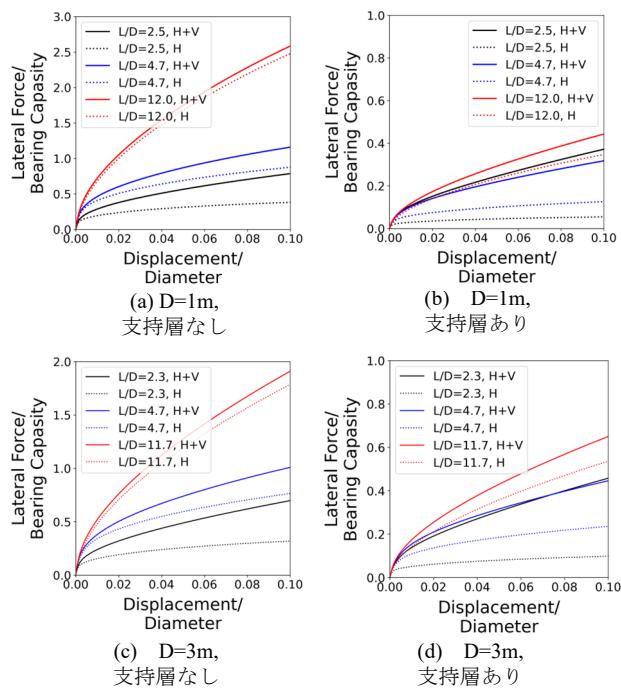


図-2 水平荷重と変位の関係

Fig.2 Lateral Force and Displacement Relationships

ここに, *LCWV* (*Lateral load Capacity With Vertical loading*) : 複合荷重時の水平抵抗力, *LCPL* (*Lateral load Capacity under Pure Loading*) : 水平載荷のみの場合の水平抵抗力である。図-3にPVCとL/Dの関係を, D と支持層の有無で分けて示す。PVCはL/Dの減少とともに増加する傾向があり, その傾向は特にL/Dが5以下の時に顕著である。さらに, 支持層がある場合には, その傾向が助長される。PVCの最大値は, 支持層がない場合に120%, 支持層がある場合には490%である。

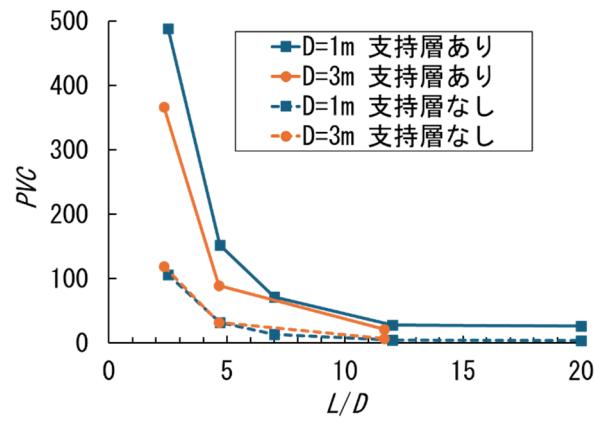


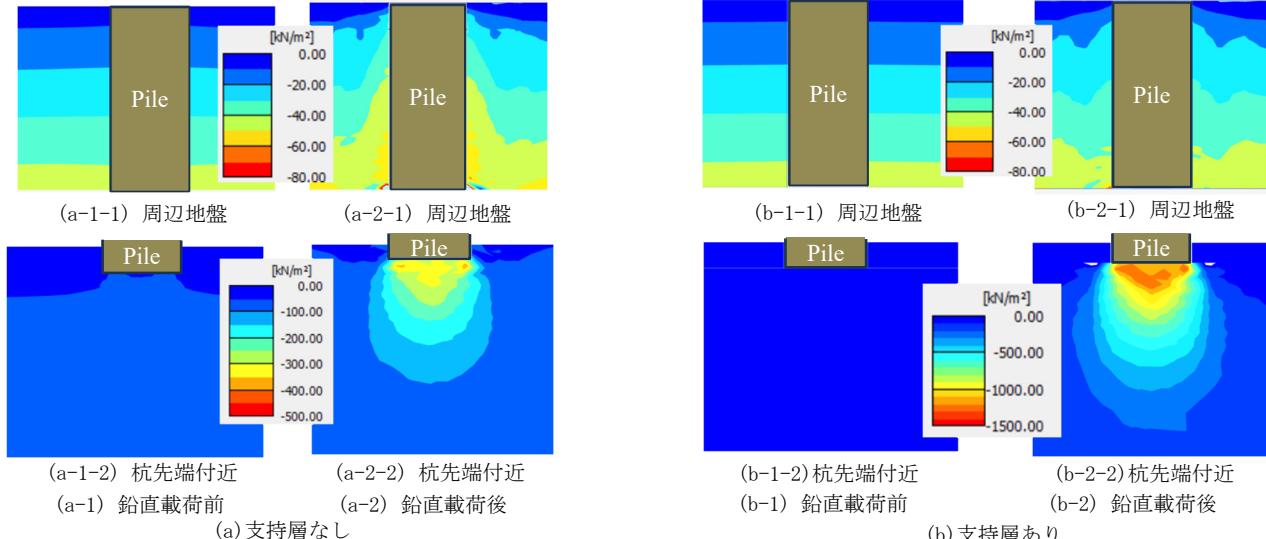
図-3 PVCとL/Dの関係

Fig.3 Relationships between PVCs and L/D ratios

4. 地盤の平均有効応力の増加量

杭の水平抵抗が増加した要因として, 鉛直荷重が杭周辺および杭先端地盤の平均有効応力を増加させ, 杭の軸部の水平地盤反力と杭の底面摩擦力が増加したことが考えられる。そこで, 図-4に, $D=3m$ $L/D=2.3$ のケースについて, 鉛直載荷前後の杭周辺と杭先端付近の地盤の平均有効応力を示す。

鉛直荷重を作用させることで, 杭周辺地盤の平均有効応力が増加している(ただし, 解析上圧縮側がマイナスとなるため, 図-4では, 数値は減少している)。その増加量は支持層がある場合の方がない場合と比べて小さい。これは, 杭先端地盤の剛性が大きく, 地盤と杭の相対変位が生じにくいためと考えられる。一方で, 杭先端より下の地盤については, 支持層がある場合の平均有効応力が, 支持層がない場合と比べて大きくな

図-4 鉛直載荷前後の地盤の有効応力 ($D=3m$ $L/D=2.3$)Fig.4 Effective Mean Stresses of Soils before and after Vertical Loading in case $D=3m$ with $L/D=2.3$

っている。これは、杭先端地盤の長期鉛直支持力を杭に作用させており、支持層がある場合の長期鉛直支持力が、支持層がない場合と比べて、大きいためと考えられる。

5. 杭の水平変位と変形モード

図-5に短杭の変形モードの模式図を示す。Broms (1964)¹⁰⁾は、杭頭回転自由の条件における短杭の変形モードとして、杭先端よりやや上方を中心として、回転することを示している(図5-(a))。図-6に、 $D=3m$ のケースについて、杭頭変位が杭径の10% ($0.1D$)における杭の水平変位と深度の関係を、それぞれ $0.1D$ と杭長で無次元化して示す。短杭 (βL が 2.25 より小さい) で水平載荷のみの場合(図-6、黒と青の点線)、変位分布は Broms が示した変形モード(図5-(a))と良く対応している。一方で、複合荷重の際には、水平変位がゼロとなる深度が下方に移動することが確認できる。この傾向は、 L/D が小さく、支持層がある場合に顕著となる。特に、 $D=3m L/D=2.3$ で支持層があるケースでは、杭先端の変位がプラスとなっている。直接基礎では、載荷方向に対して、底面が同一方向に滑動する変形モ

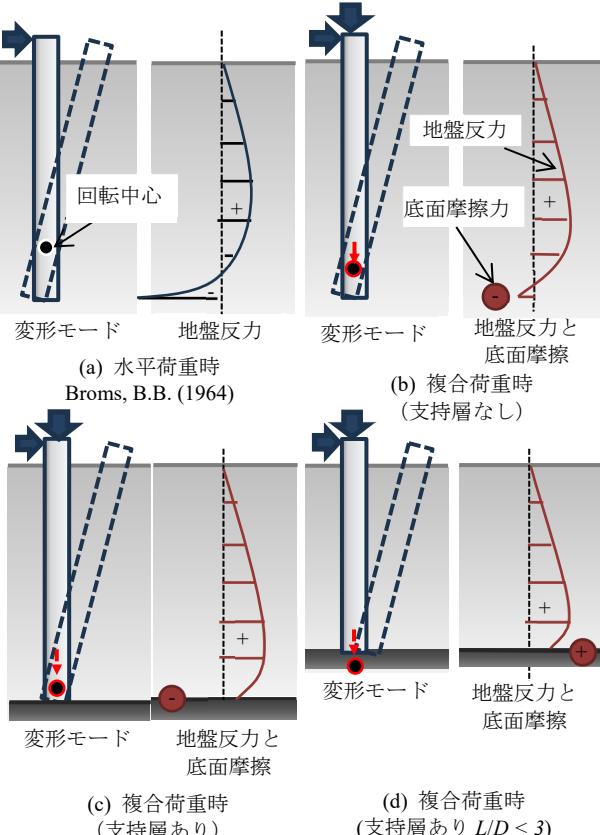
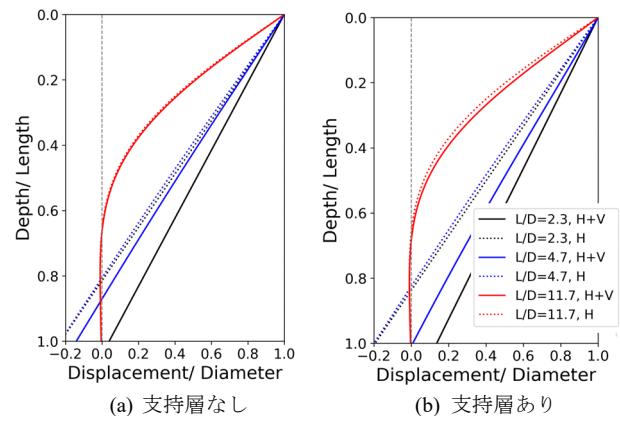
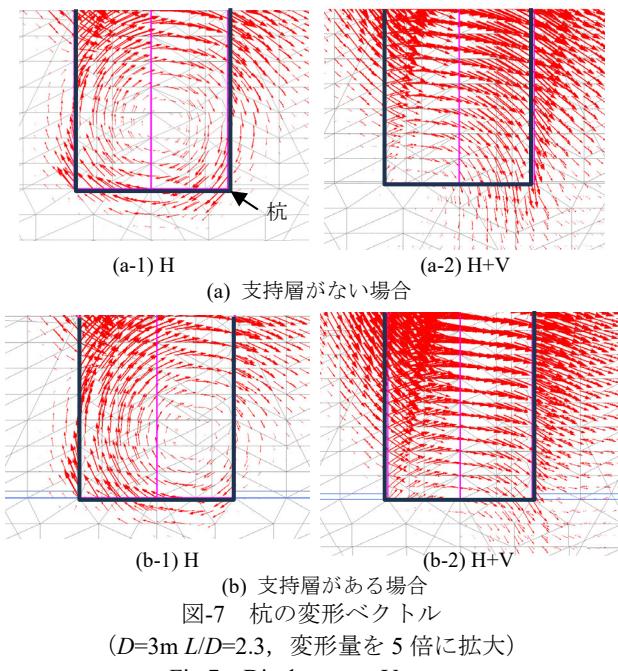


図-5 短杭の変形モードの模式図

Fig.5 Schematic diagrams of failure modes of short pile

Fig.6 Distributions of displacements ($D=3m$)Fig.7 Displacement Vectors ($D=3m L/D=2.3$, 5 times of actual scale)

ード¹¹⁾があり、その短杭については、回転変形と合わせて、直接基礎に類似した変形モードが現れていると考えられる。

図-7に $D=3m L/D=2.3$ のケースにおける変形ベクトルを示す。複合荷重のケースでは、回転中心が下方に移動していることが確認できる。その傾向は、支持層がある場合の方がより顕著である。剛性が大きい支持層がある場合では、鉛直荷重がない場合に杭体が上方に浮き上がる傾向(図-7(b-1))、鉛直荷重がある場合には下方にめり込みにくい傾向(図-7(b-2))が確認できる。これらの結果は、支持層の剛性が杭の変形モードに大きな影響を与えることを示している。

6. 地盤反力と摩擦力

6.1 分布図

Broms (1964)¹⁰は、水平地盤反力は、深さとともに増加し、回転中心の上部で最大値に達し、杭先端付近ではマイナス側になることを示している(図-5(a))。鉛直荷重により水平抵抗が増加するメカニズムを解明するために、杭の軸部に作用する水平地盤反力と底面に作用する摩擦力を解析結果から算出した。図-8に、 $D=3m$ のケースについて、深さ方向1mごとの地盤反力を線で、底面摩擦力の合計値を丸印で示す。図中には、参考として、Bromsの塑性水平地盤反力¹¹を示す。なお、水平地盤反力と底面摩擦力の合計は、杭頭の水平荷重と対応することを確認している。

水平載荷のみの場合、地盤反力の深度分布(図-8点線)は、Bromsが示す分布形状と良く対応している。水平と鉛直の複合荷重が作用した場合(図-8実線、図-5(b))には、水平載荷のみの場合と比べて、杭の軸部の下方における水平地盤反力が増加していることが確認できる。これに対応し、底面摩擦力が、支持層がある $L/D=2.3$ のケースを除いて、マイナス方向に増加している(図-8塗りつぶし丸)。

これらの変化は、支持層がある場合に、より顕著となっている(図-8(b)青の実線と塗りつぶし丸、図-5(c))。しかしながら、支持層がある $L/D=2.3$ のケースでは、他のケースと大きく異なり、底面摩擦力は大きく増加し、プラス側となっている(図-8(b)黒の塗りつぶし丸、図-5(d))。

6.2 $p-y$ 曲線

図-9に、 $D=3m$ $L/D=2.3$ のケースにおける $p-y$ 曲線を示す。 $p-y$ 曲線は、杭に作用する水平地盤反力と、地盤と杭の相対変位の関係であり、多くの基準類において、

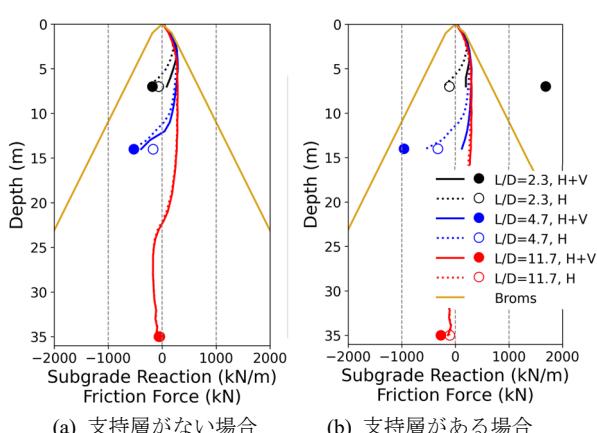


図-8 水平地盤反力と底面摩擦力の深度分布
($D=3m$, 線: 地盤反力, 丸: 底面摩擦力)

Fig.8 Distributions of Subgrade Reactions (Lines) and Frictional Forces (Circles), $D=3m$

杭の設計に幅広く利用されている。日本建築学会 建築基礎構造設計指針(2019)¹¹では、 $p-y$ 曲線を、基準水平地盤反力係数(k_{h0} : 地盤と杭の相対変位0.01mの時の地盤反力係数)、杭径(D)、地盤と杭の相対変位、塑性地盤反力(p_{max})によりモデル化している。本研究では、地震時の地盤変形の影響を考慮していないため、相対変位には杭の変位を用いた。

比較的浅い深度では、鉛直荷重による地盤反力の増加は、 k_{h0} (0.01mの時の割線剛性)、 p_{max} 、変位(杭頭変位が $0.1D$ 時)の増加に依存している(図-9(a-1, a-2, b-1, b-2))。しかしながら、杭の先端付近の $p-y$ 曲線(図-9(a-3, b-3))では、鉛直荷重による k_{h0} 、 p_{max} の増加は顕著ではなく、変位の増加が地盤反力の増加に寄与している。それらの深度では、鉛直荷重がない場合に変位はマイナスであったが、鉛直荷重の影響によりプラスとなっている。

鉛直荷重の影響により杭周辺地盤の平均有効応力が増加し(図-4(a-2-1, b-2-1))、それが、比較的浅い地盤の k_{h0} 、 p_{max} を増加させている(図-9(a-1, a-2, b-1, b-2))。加えて、杭の回転中心が下方に下がり杭先端の変位が増加することにより、地盤と杭の相対変位(杭体を概ね剛体と考えると、杭頭変位 $0.1D$ と杭先端を結んだ際の変位に対応)が特に杭先端付近において増加してい

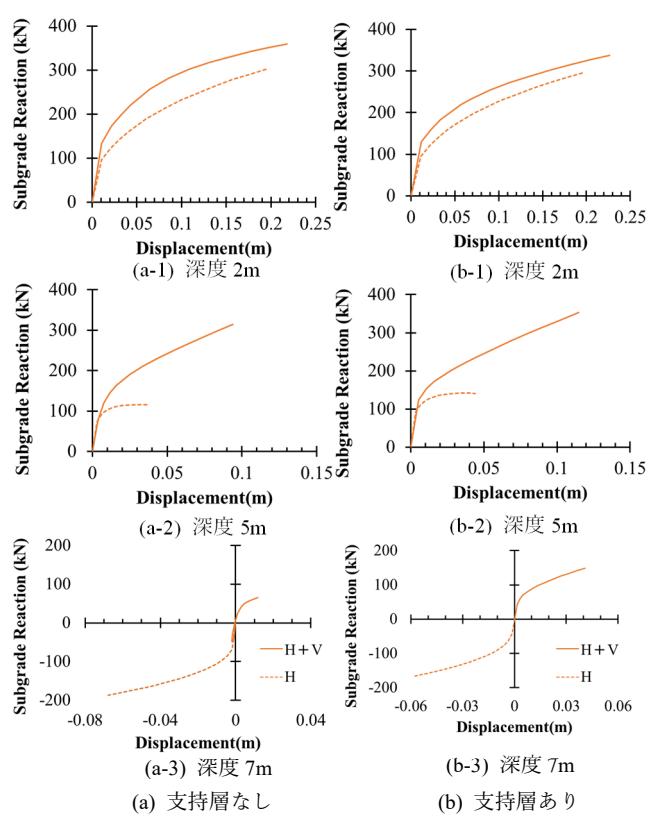


図-9 地盤反力と変位関係($D=3m$ $L/D=2.3$)

Fig.9 $p-y$ curves ($D=3m$ $L/D=2.3$)

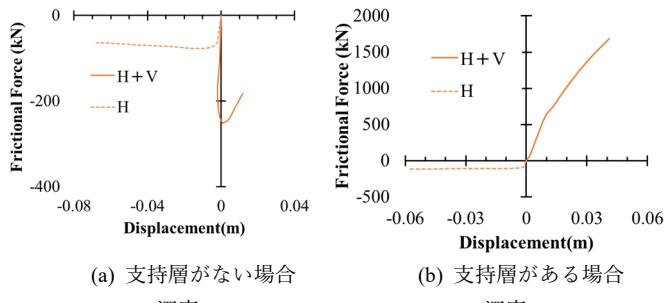


図-10 底面摩擦力と変位の関係 ($D=3\text{m}$ $L/D=2.3$)
Fig.10 Relationships between Frictional Forces and Displacements at Pile Tip ($D=3\text{m}$ $L/D=2.3$)

る(図-9(a-2, a-3, b-2, b-3))。これらが、鉛直荷重により地盤反力が増加する要因と考えられる。

一方で、支持層があるケースとないケースを比較した場合、支持層がある場合において杭先端付近の変位の増大による地盤反力の増加が顕著である(図-9(a-3, b-3))。すなわち、支持層があることにより水平抵抗が増加する要因として、回転中心が下がることによる相対変位の増加が大きいと考えられる。

6.3 底面摩擦力

図-10に、 $D=3\text{m}$ $L/D=2.3$ のケースにおける底面摩擦力と変位の関係を示す。底面摩擦力の発現状況を確認するため、図-11に杭頭変位が $0.1D$ における、杭先端の地盤の有効鉛直応力(σ'_{zz} :平面図)とせん断応力(τ_{zx} :平面図)、およびXZ平面のせん断ひずみ(γ_{zx} :立面図)を示す。

杭先端の地盤の有効鉛直応力は、複合載荷時に、杭の右側(載荷方向側)で大きく増加している(ただし、解析上圧縮側はマイナスとなるため図-11では減少している、図-11(a-2-1, b-2-1))。そのせん断応力の発現状況は、支持層がない場合とある場合で大きく異なる。

支持層がないケースでは、複合荷重により、杭先端右側のせん断力と底面摩擦力の絶対値は増加するが、水平載荷のみの場合と同様にマイナス側のままである(図-10(a), 図-11(a-2-2))。この底面摩擦力の絶対値の増加により、杭先端の変位の絶対値は減少し(図-10(a))拘束された状態となり、変形モードの回転中心が下がるものと考えられる。

一方で、支持層があるケースでは、複合荷重時の杭先端右側のせん断力はプラス側に大きく増大している(図-10(b), 図-11(b-2-2))。また、先端の変位もプラス側に大きくなり、直接基礎の底面摩擦と類似した挙動を示している。すなわち、底面摩擦力は、杭頭荷重に対して、直接的に反力として作用しており、これが、このケースにおける大幅な水平抵抗力の増大に寄与し

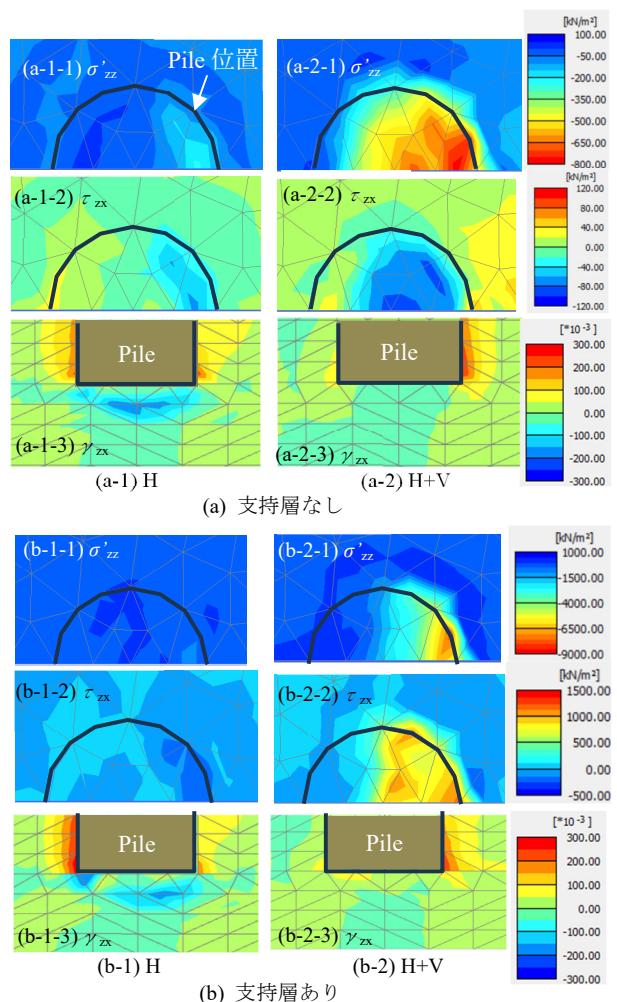


図-11 杭先端付近の地盤の有効鉛直応力力
($D=3\text{m}$, $L/D=2.3$)

Fig.11 Relationships between Frictional Forces and

ていると考えられる。

7. 杭の変形モードが変化した要因

支持層があり L/D が 3 以下のケース ($D=3\text{m}$ $L/D=2.3$, $D=1\text{m}$ $L/D=2.5$) では、水平と鉛直の複合荷重時の変形モードに、回転だけでなく、直接基礎の変形モードが確認された。これらの変形モードの変化を確認するため、 $D=3\text{m}$ $L/D=2.3$ のケースにおける地盤要素の破壊点(破壊に達した積分点)を図-12に示す。

Broms の変形モードが確認された水平載荷のみの場合では、破壊点は、杭先端より 0.5m 下方で確認された(図-12(a-1, b-1))。これは、せん断ひずみが -0.15 (150×10^{-3}) を下回る範囲と対応する(図-11(a-1-3, b-1-3))。これは、鉛直荷重による杭先端地盤の剛性・耐力増大効果がないため、スリップ領域が生じたものと考えられる。

水平と鉛直の複合荷重では、変形モードは支持層

の有無により異なる。支持層がない場合では(図-12 (a-2)), 杭先端の直下では、破壊点はほとんど確認できず、鉛直荷重により地盤の耐力が増加した結果と解釈できる。

一方で、支持層がある複合荷重時では、杭先端右側の右下方の地盤で破壊点が確認できる(図-12 (b-2))。この領域は、鉛直荷重により平均有効応力が増加する領域の端部に対応する(図-4 (b-2-2))。さらに、載荷方向前面側の表層地盤の下端部にせん断ひずみが 0.05 (50×10^{-3}) より大きい範囲が存在している(図-11 (b-2-3))。

これらの状況から、変形モードの変化には、鉛直荷重、地盤剛性と耐力の応力依存性、表層地盤と支持層の剛性差が複合的に影響していると考えられる。

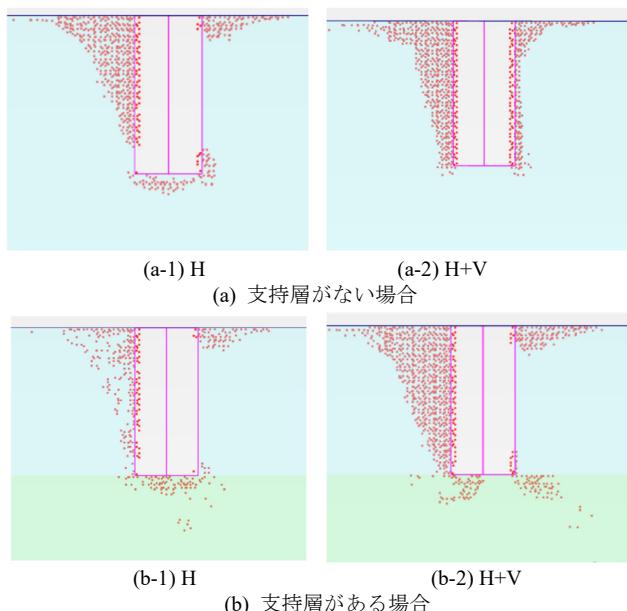


図-12 地盤要素の破壊点 ($D=3m$ $L/D=2.3$)
Fig.12 Failure Points in Soil Elements ($D=3m$ $L/D=2.3$)

8. 結論

鉛直荷重が砂地盤における短杭の水平抵抗に与える影響について、3次元FEMにより検証した。また、その水平抵抗が増加するメカニズムについて、底面摩擦や変形モードの変化に着目して検討した。検討結果より以下の結論を得た。

1. L/D の影響：鉛直荷重により水平抵抗が増加する傾向は、特に、 L/D が 5 以下で顕著となる。水平載荷のみの場合と比べて、水平と鉛直の複合荷重時の水平抵抗の増加量の最大値は、支持層に定着されていない場合 120%，定着されている場合 490%となる。

2. 変形モードの変化：杭頭自由の条件下における杭の変形モードの回転中心は、複合荷重時に、下方に移動する。これは、鉛直荷重により杭先端の摩擦抵抗が増加し、杭先端変位が拘束されるためである。
3. 杭軸部の変位と水平地盤反力の変化：杭先端の変位が拘束されることにより、杭先端より上方の地盤と杭の相対変位が増加し、その領域の水平地盤反力が増大する。この効果により、杭全体の水平抵抗力が大きく増加する。
4. $p-y$ 曲線の剛性と耐力：鉛直荷重により周辺地盤の平均有効応力が増加し、 $p-y$ 曲線の剛性と塑性地盤反力は増加する。
5. 支持層がない場合のメカニズム：支持層がない場合に、鉛直荷重により水平抵抗が増加することは結論 2.～4.による。
6. 支持層がある場合のメカニズム：支持層がある場合には、支持層がない場合と比べて、杭の水平抵抗が増大する傾向が強まる。これは、結論 2.～3.がより強まるためである。
7. 直接基礎の変形モードの発現： L/D が 3 より小さく支持層に定着されている場合、直接基礎の変形モードが現れ、杭先端の摩擦抵抗力は杭頭荷重に直接反力として作用する。すなわち、従来の回転変形と直接基礎の変形モードが合わさることで、杭の水平抵抗が大きく増加したと考えられる。
8. L/D と水平抵抗の関係： L/D が 5 以上の場合には、鉛直荷重や支持層の有無によらず、 L/D の減少とともに杭の水平抵抗は減少する。しかし、 L/D が 5 以下で支持層に定着されている場合、鉛直荷重の影響により直接基礎の変形モードが表れ(結論 7.)、この傾向が逆転する。
9. 直接基礎の変形モードが現れる条件：直接基礎の変形モードが現れる条件は、 L/D だけでなく、支持層と鉛直荷重の有無、地盤の拘束圧依存性に依存する。

参考文献

- 1) 日本建築学会：建築基礎構造設計指針、2019.
- 2) Karthigeyan, S., Ramakrishna, V. V. G. S. T., and Rajagopal, K.: Numerical Investigation of the Effect of Vertical Load on the Lateral Response of Piles, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 133(5), 512-521, 2007.
- 3) Lu, W., and Zhang, G.: Influence Mechanism of Vertical-Horizontal Combined Loads on the Response of a Single Pile in

- Sand, Soils and Foundations, 58, 1228-1239, 2018.
- 4) Benz, T.: Small-Strain Stiffness of Soils and its Numerical Consequences, Mitteilung 55_PDFV2 des Instituts für Geotechnik, 2007.
 - 5) Imai, T.: P- and S-Wave Velocities of the Ground in Japan, Proc. 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol.2, 257-260, 1977.
 - 6) Bentley: PLAXIS 3D 2024.1 Material Models Manual 3D
 - 7) Ong, D. E. L., Leung, C. F., Chow, Y. K. and Ng, T. G.: Severe damage of a pile group due to slope failure, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 141, 04015014-1-04015014-12, 2015.
 - 8) British Standards Institution: BS EN 1997-1:2004, Eurocode 7: Geotechnical design – Part 1: General rules, 2004.
 - 9) Byrne, B. W., Houlsby, G. T., Burd, H. J., Gavin, K. G., Igoe, D. J. P., Jardine, R. J., Martin, C. M., Mcadam, R. A., Potts, D. M., Taborda, D. M. G., and Zdravković, L.: PISA design model for monopiles for offshore wind turbines: application to a stiff glacial clay till, Geotechnique, 70, No. 11, 1030-1047, 2020
 - 10) Broms, B. B.: Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 123-156, 1964