

ポアスケールモデリングによる豊浦砂の毛管圧曲線の推定

室内試験をコンピューター上で行うデジタルラボラトリー技術の開発

増岡 健太郎*¹

Keywords : pore scale modeling, X-ray computed tomography, two-phase flow analysis, capillary pressure curve, unsaturated flow

ポアスケールモデリング, X線CT, 二相流解析, 毛管圧曲線, 不飽和流

1. はじめに

水と油など界面を持つ二つの流体の地盤中における流動をダルシー則に基づいて数値解析する場合、二相流パラメータ（毛管圧曲線、相対浸透率曲線）を室内試験で求める必要がある。水と空気も界面を持つ二相流体であり、水-空気の二相流パラメータについては、試験方法が標準化されている¹⁾。しかし、対象とする試料の透水性が低い場合には試験に長時間を要したり、扱う流体や考慮する温度圧力条件によっては、試験の実施自体が困難な場合も考えられる。著者は、上記の課題を解決し、室内試験を補完する技術として、X線CT（Computed Tomography）を用いて試料の空隙を抽出・モデル化して数値解析を行い（ポアスケールモデリング²⁾）、二相流パラメータを推定する技術の開発を進めている^{3), 4), 5)}。本稿では、豊浦砂の空隙に対する水-空気二相流解析を行い、同試料の毛管圧曲線を推定した結果について述べる。

2. 方法

2.1 ポアスケールモデリングによる遠心法の模擬

図-1に地盤中の飽和度と圧力（負圧）の関係を、土柱の含水状態を示した模式図と合わせて示す。図に示すとおり、負圧は水と空気の両方が存在する不飽和領域の界面張力によって生じ、流体が1種類となり界面が存在しない飽和領域（地下水面下）では生じない。実地盤においては、地下水面より上側が不飽和領域となり、地下水面に近いほど飽和度は高く、地下水面から離れるほど低くなる。

流体の力学的エネルギーを表すベルヌーイの定理から速度項を無視すると、以下式(1)となる。

$$\rho gz + P = \text{一定} \quad (1)$$

ここで、 ρ は流体の密度[ML⁻³]、 g は重力加速度[LT⁻²]、 z は基準面からの高さ[L]、 P は流体の圧力[ML⁻¹T⁻²]である。地下水面を $z = 0$ とすれば、地下水面では $P = 0$ となり、地下水面の上方 z で生じる圧力は $P = -\rho gz$ となる（負圧）。図-1において z 軸は毛管圧と読み替えることができ、試料中の含水量と負圧の関係を示す曲線（図中の青線）を毛管圧曲線と呼ぶ。

冒頭で述べたように、毛管圧曲線は一般に室内試験によって求められる。試験方法には、土柱法、加圧板法などいくつかの方法があるが、本研究では遠心法をポアスケールモデリングで模擬することで毛管圧曲線を推定する。遠心法では、遠心力によって通常重力場よりも大きな重力を供試体に作用させることで、通常重力場における位置 z の負圧が求まる。すなわち、重力が通常重力（ $g_0 = 9.81 \text{ m/s}^2$ ）の n 倍となる $g = ng_0$ 条件における $z = z_1$ の負圧 $P = -\rho ng_0 z_1$ は、通常重力 $g = g_0$ の条件における $z = nz_1$ の負圧 $P = -\rho g_0 nz_1$ と等しいと考えることができる。

本研究では、X線CTを用いて試料の空隙部分をモデル化し、重力値を通常重力の10倍から200倍の範囲で水-空気二相流解析を行った。解析の実施に際して、重力場については小さい値から大きい値で段階的に変化させた。各重力条件において排水が生じなくなった時点における体積含水率を求め、同時点の飽和度分布を次の重力場の計算での初期値とした。負圧については、

*1 技術センター 社会基盤技術研究部 地盤研究室

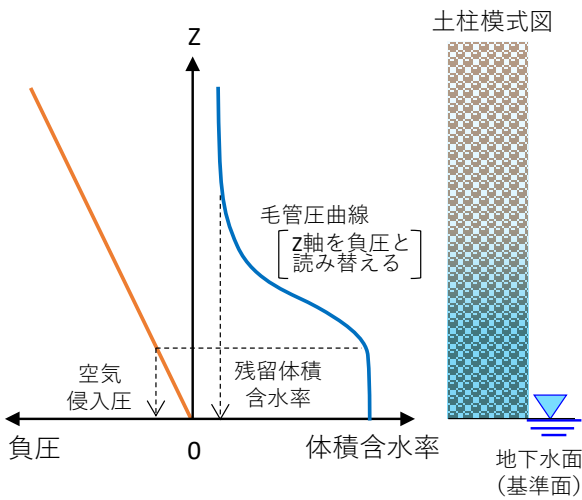


図-1 地盤中の飽和度と圧力（負圧）の関係
Fig.1 Relationship between water saturation and capillary pressure.

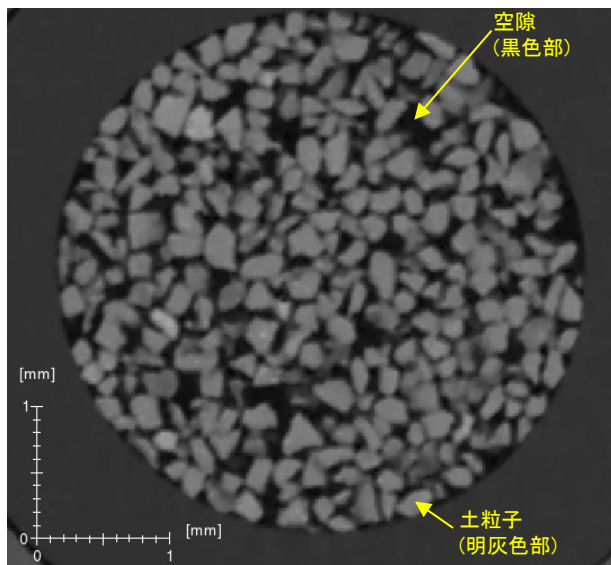
設定した重力に対応する通常重力場での負圧を式(1)から求めた。

2.2 シミュレーター

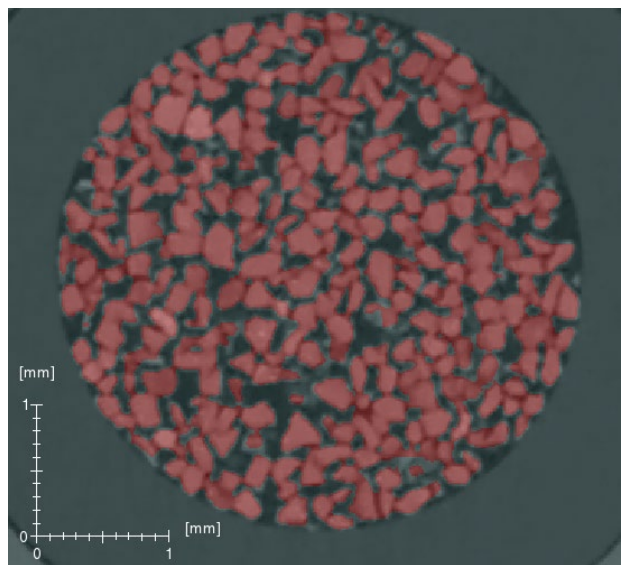
本研究では、構造格子系の熱流体解析コード (STREAM, Hexagon) を用いた。本コードは、下記の連続の式とナビエ・ストークス方程式 (非圧縮性流体) を数値的に解く。

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i \quad (3)$$



(a) オリジナル X 線 CT 画像



(b) 粒子部分に着色した画像

図-2 アクリルカラムに充填した豊浦砂の X 線 CT 画像

Fig.2 X-ray CT images of Toyoura-sand filled in a acrylic column, original image (a) and marked in grain part (b).

ここで、 x はデカルト座標[L], u は流速[LT⁻¹], t は時間[T], p は圧力[ML⁻¹T⁻²], ρ は密度[ML⁻³], ν は動粘性係数[L²T⁻¹], f は外力[LT⁻²]である (界面張力は外力として作用)。本研究で扱う流体は水と空気 (20℃) で、流れは層流条件とした。なお、水と空気は、各格子における存在割合で考慮する。例えば、二つの流体が存在する界面付近においては、流体物性を存在割合に応じて変化させることで計算される。後述する接触角は、界面張力に関して式(3)の外力項に組み込まれる。

2.3 解析モデル

2.3.1 X 線 CT による土粒子の抽出

大成建設技術センターで所有する高出力マイクロフォーカス X 線 CT 装置「ScanXmate-RD300WSSS900」⁴⁾を用いて豊浦砂を抽出し、流体解析に用いる豊浦砂の空隙を再現した数値モデルを作成した。X 線 CT⁶⁾では、物体内部の X 線減衰量と相関する値 (CT 値) が設定した解像度で区分される領域 (ボクセル) 毎に出力される。一般的に、X 線の減衰が小さい部分 (空気など) では黒色、減衰が大きい部分 (土粒子など) は灰～白色で表示される。本研究では、内径 4mm のアクリルカラムに豊浦砂を充填し、X 線 CT 撮影を行った (解像度 12.974 μ m)。撮影で得られた X 線 CT 画像に対して、non-local mean フィルター⁷⁾を施し、marker based watershed 法⁸⁾で土粒子部分を抽出した。本研究で得られた豊浦砂の X 線 CT 画像を図-2-a に、同 X 線 CT 画像から抽出した土粒子部分に赤色で着色した画像を図-2-b に示す。

2.3.2 解析条件

土粒子部分のみを取り出した画像から直径 1.95mm,

表-1 解析ケースと条件
Table 1 Analysis case conditions

	ケース				
	SP	TP-60	TP-50	TP-40	TP-30
扱う流体	水	水と空気			
土粒子配置部の空隙の初期飽和流体	水	水			
土粒子配置部の上下空間の初期飽和流体	水	空気			
重力値	9.81m/s ²	9.81 m/s ² の10倍～200倍の値を段階的に付与			
境界面における流入流体	水	空気			
水と土粒子面の接触角	—	60°	50°	40°	30°
上下境界面の圧力差	100Pa	0			

高さ4.98mmの円柱領域の土粒子を切り出し、デジタル空間上に作成した直径1.95mm円筒管内の障害物として与えることで豊浦砂の空隙をモデル化した(図-3)。解析時の安定を図ることを目的として、土粒子配置部の上方2mmに空間を設けた。また、遠心法の試験装置の排水部を模擬して、土粒子配置部の下方1mmにも空間を設けた。解析では、モデル化した空隙部に対して水もしくは空気が流動する。モデルの上下端面(図-3 赤色部)には圧力固定境界を設け、境界面からの流入流体については、表-1に示す流体をケース毎に与えた。モデル内のすべての壁面にはノースリップ条件(壁面での流速がゼロ)を与えた。水および空気の物性には20℃の値を用いた(水の密度:998.2 kg/m³, 水の粘性係数:1.016×10⁻³ Pa・s, 水の表面張力:72.7 mN/m, 空気の密度:1.206 kg/m³, 空気の粘性係数:1.830×10⁻⁵ Pa・s)。

解析ケースの一覧を表-1に示す。ケースSP(Single Phase)では、試料の透水係数を求めることを目的とした。モデル内がすべて水で満たされている状態を初期条件とし、水が下端面から流入して上端面で流出する単相流ケースである。同ケースにおけるモデル上下端面の圧力差は100Paである。ケースTP(Two Phase)シリーズでは、土の保水性試験(遠心法)を模擬して、初期飽和流体を砂充填部の空隙では水、それ以外の空間では空気とし、重力値を変化させて排水させる解析を行った。なお、水と土粒子面の接触角が毛管圧曲線に与える影響について検討することを目的として、接触角を変えた複数ケースを行った。重力値は、9.81

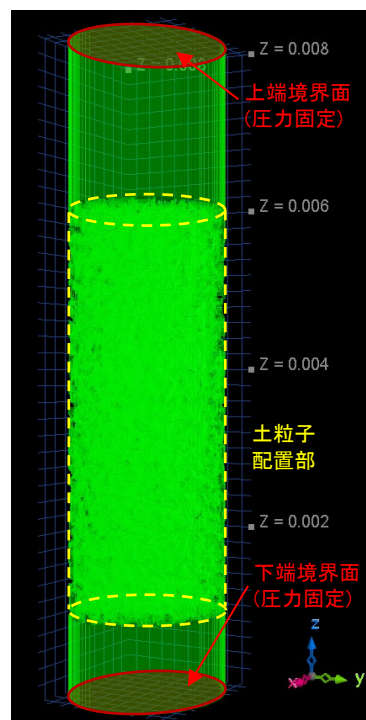


図-3 解析モデル

Fig.3 Schematic diagram of numerical model

m/s²を基準として、10倍から200倍まで段階的に変化させ、それぞれの重力値における体積含水率を求めた。そして、式(1)でzをモデルの砂充填部の厚さとなる5mmとし、付与した重力値から通常重力場における毛管圧と体積含水率の関係を求めた。

3. 結果

3.1 飽和透水係数(ケースSP)

ケースSPにおける圧力分布(初期値からの増分)を図-4に示す。土粒子配置部で圧力分布にやや乱れが見られるものの、ダルシー則に従うようなほぼ等間隔の圧力分布が得られた。解析結果から、土粒子配置部の上下の圧力差は72Pa(土粒子配置部の下端:91Pa, 上端:19Pa), モデル境界面における流入出量がそれぞれ4.71×10⁻¹⁰ m³/s, 土粒子配置部の厚さ5mmであり、ダルシー則から透水係数は1.1×10⁻⁴ m/sと計算された。河野・西垣(1981)⁹⁾による室内試験で求めた豊浦砂の透水係数は2.084×10⁻⁴ m/s(乾燥密度1.5 g/cm³)である。本解析による推定値は、河野・西垣(1981)による値よりやや小さいが、オーダーでは同程度の値をポアスケールモデリングにより推定できることを確認した。

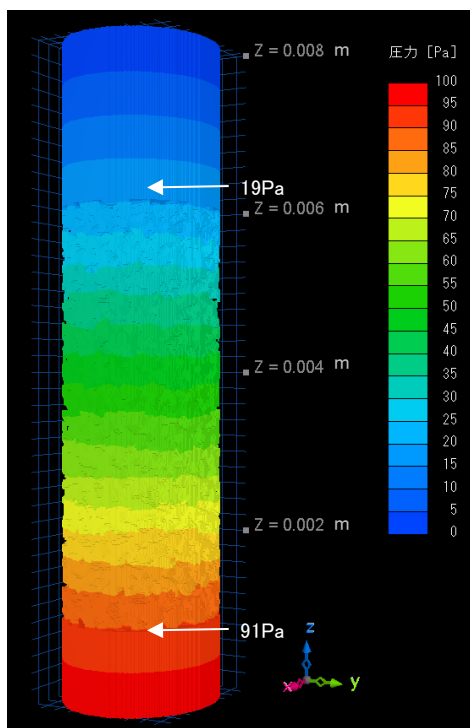


図-4 水単相流（ケース SP）での圧力変化の分布
Fig.4 Pressure change distribution in a single-phase case (water).

3.2 毛管圧曲線（ケース TP）

ケース TP シリーズで求めた毛管圧曲線を図-5 に示す。比較として、小松・榊（2012）¹⁰⁾ による室内試験（土柱法）で得られた毛管圧曲線を合わせて示す。接触角 40°、50°、60° における空気侵入圧に大きな違いはなく約 1.5kPa となり、接触角が 30° の場合の空気侵入圧は約 1.0kPa とやや小さくなった。いずれのケースの空気侵入圧も小松・榊（2012）の室内試験結果（約 3.0kPa）より低い値となった。

接触角 60° のケースで重力値が 200 倍（本検討での計算上の毛管圧 9.79kPa）の時点における解析モデル断面での水と空気の分布を図-6 に示す。図のように、重力によって水が排水し、空気が侵入していることが分かる。一方で、空隙中のすべての水が排水するのではなく、図に示すように一部の水は界面張力によって残留することが分かる。これは、図-5 に示す毛管圧の高い領域における体積含水率（ここでは、残留体積含水率とよぶ）として反映される。残留体積含水率に関して、本解析で与えた接触角範囲においては、接触角 30° と 60° の場合で 0.06 程度と小さな値を示し、40° と 50° で 0.07 程度と僅かに大きくなった。

初期体積含水率から残留体積含水率までの遷移部分において、解析結果は既往研究による室内試験結果よりも毛管圧の勾配がやや大きくなった。

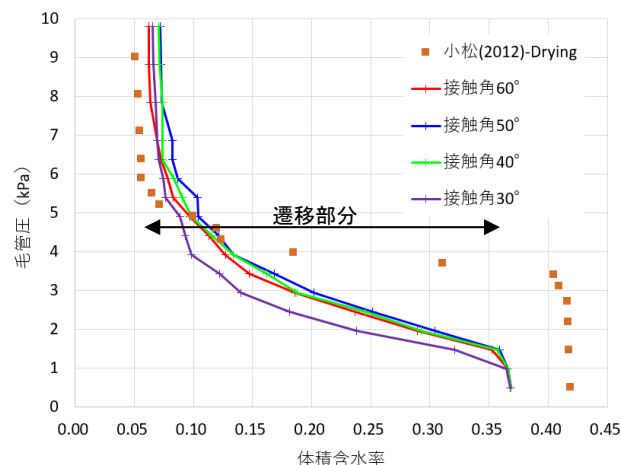


図-5 本計算で求めた毛管圧曲線と既往研究（実験）との比較

Fig.5 Capillary pressure curves estimated from pore scale modelings in this study.

図-7 にはモデル内の圧力変化（初期圧力に対する変化）の分布を示す。残留する水の内部に負圧が生じていることが分かる。さらに、負圧の大きさが場所により異なることが分かる。

4. 考察

4.1 重力排水時の流体挙動

図-6 に示すように、本解析では土粒子配置部の下方に水が溜まる結果が得られた。200 倍の重力値を与えている状態であるが、土粒子配置部の下方に溜まる水の上下の空気が導通している様子は見られない。図-7 より、下方の水には負圧が生じていることから、上記はキャピラリーバリア効果によると考えられる。図-8 にキャピラリーバリア効果の模式図を示す。図のように細い径と太い径の異なる径の円筒管が繋がっている場合、細管内の水柱が太管に侵入する液柱の高さは、液柱と上下の界面張力のつり合いから下記の式(4)で示される¹¹⁾。

$$\varphi = \frac{2\gamma_{aw} \cos \theta}{\rho_w g} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (4)$$

ここで、 φ は水柱の高さ[L]、 γ_{aw} は水と空気の表面張力[MT⁻²]、 θ は接触角[°]、 ρ_w は水の密度[M/L³]、 g は重力加速度[LT⁻²]、 r_1 は細管の半径[L]、 r_2 は太管の半径[L]である。上式より、重力値を大きくした場合でも、細管内の水柱が太管に侵入しない高さ φ が存在することを意味する（キャピラリーバリア効果）。したがって、本

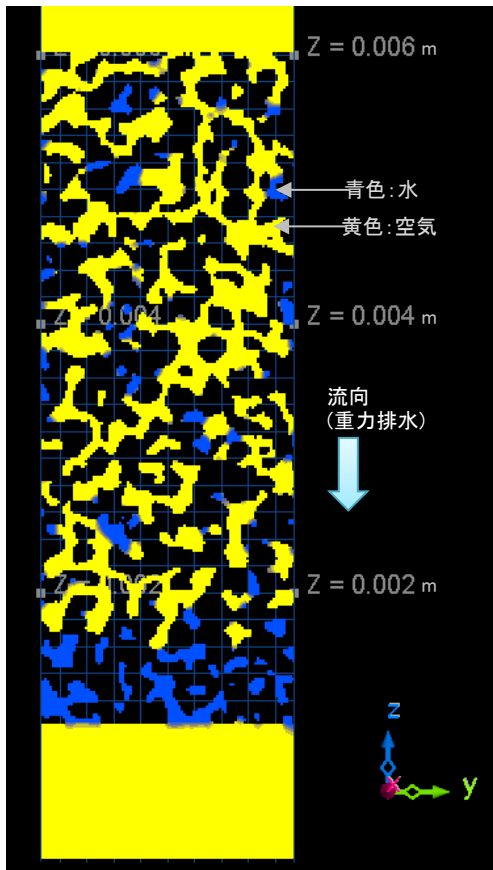


図-6 水-空気二相流での水と空気の分布 (重力: 200G)
Fig.6 Water and air phase distribution in a pore.

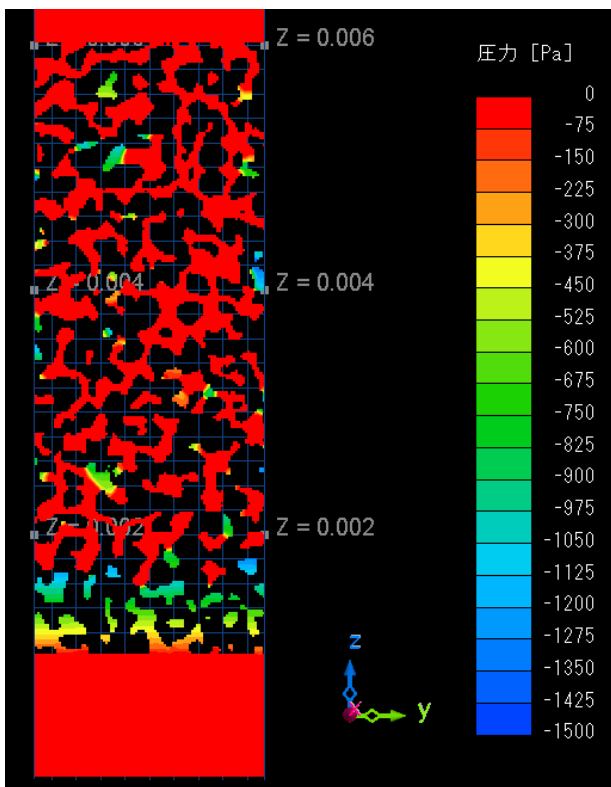


図-7 水-空気二相流での初期からの圧力変化の分布 (重力: 200G)
Fig.7 Pressure distribution in a pore.

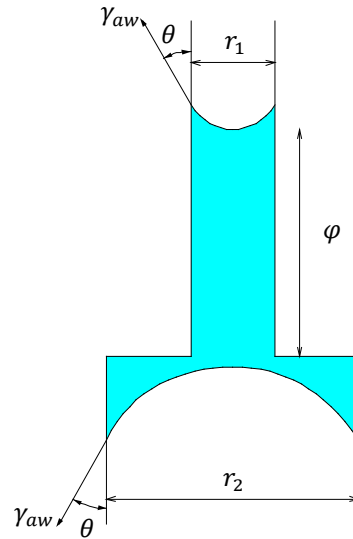


図-8 キャピラリーバリア効果の模式図
Fig.8 Schematic diagram of capillary-barrier effect

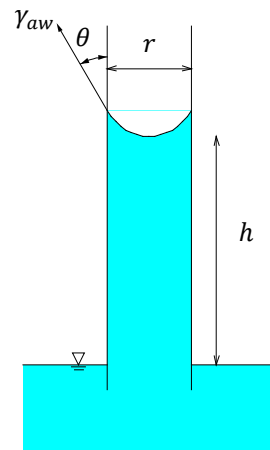


図-9 毛細管上昇の模式図
Fig.9 Schematic diagram of capillary-barrier effect

解析においても、土粒子配置部の下方には、キャピラリーバリア効果によって排水されない水が生じたと考えられる。

ポアスケールモデリングでは非常に小さい領域での検討となるため、キャピラリーバリア効果が生じる部分を含めて含水量を評価すると、含水量を過大評価してしまう可能性がある。これを避けるために、同部分は体積含水率の計算から除くことが望ましいと考え、本検討では、土粒子配置部の下端から 1mm を除いた領域で体積含水率を計算した。

4.2 水と土粒子面の接触角

図-9 に示すような細管中の毛管上昇高は、以下の式で表される。

$$h = \frac{2\gamma_{aw} \cos \theta}{\rho_w g r} \quad (5)$$

ここで、 h は毛管上昇高[L]、 γ_{aw} は水と空気の表面張力[MT⁻²]、 θ は接触角[°]、 ρ_w は水の密度[ML⁻³]、 g は重力加速度[LT⁻²]、 r は管の内径(半径)[L]である。上式では、接触角が低下すると毛管上昇高は増加する。しかし、本研究におけるポアスケールモデリングによる解析結果では、接触角30°のケースは、接触角40°、50°、60°のケースより毛管上昇高(空気侵入圧)が小さくなった。この原因として、接触角が小さい場合にはメニスカスが形成されにくくなったと思われる。

空気侵入圧に関して、接触角40°以上で本解析結果は実験結果に近い結果となる。また、残留体積含水率に関して、接触角30°と60°のケースで本解析結果は実験結果に近い結果となる。したがって、本解析で与える水と土粒子面の接触角については、空気侵入圧と残留体積含水率の両方で実験結果に近い値となった60°のケースが妥当であると言える。一方、図-10は豊浦砂の不飽和領域(水-空気)の様子のX線CT画像である。同画像上で水と土粒子の接触角を測定すると約60°となった。これは、本解析で接触角が60°程度で実験結果と近い結果が得られたことと整合する。以上より、本研究における豊浦砂に対する水と土粒子の接触角は60°程度と推察された。

5. まとめ

数値解析によって二相流パラメータを推定する技術の開発を目的として、X線CTを用いて豊浦砂の空隙を抽出・モデル化し、豊浦砂の空隙に対する水-空気二相流解析を行った。はじめに、空隙内に水のみが存在する条件である单相流解析を行い、豊浦砂の透水係数を求めた。その結果、本单相流解析による豊浦砂の透水係数の値は、既往研究による実験値よりやや小さいが、オーダーでは同程度の値となることを確認した。次に、水と土粒子面の接触角が30°、40°、50°、60°の場合の水-空気二相流解析を行い、それぞれ豊浦砂の毛管圧曲線を推定した。空気侵入圧に関して、本二相流解析の結果は接触角40°、50°、60°のケースで既往研究の室内試験結果に近い結果を示した。一方で、高毛管圧領域の体積含水率(残留体積含水率)については、接触角30°と60°のケースで既往研究の室内試験結果に近い値となった。以上の検討から、本研究における水と豊浦砂土粒子面との接触角は、空気侵入圧と残留

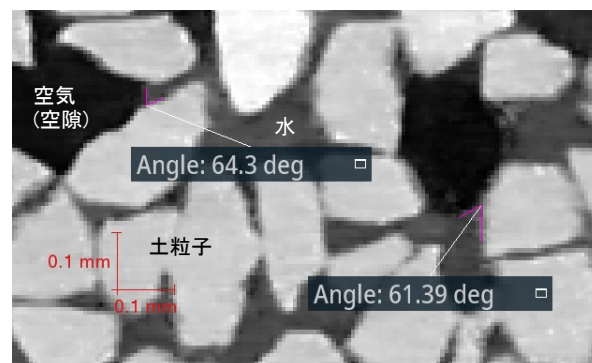


図-10 豊浦砂の不飽和領域のX線CT画像

Fig.10 X-ray CT image of unsaturated area of Toyoura sand

体積含水率の両方で実験結果に近い値となった60°程度と推察された。

本検討では試験結果の完全な再現までは行えていないが、ポアスケールモデリングによって多孔質体材料の透水性や毛管圧曲線をおおむね推定できることを確認した。今後、コンピューターの計算能力が向上することで、より大規模なモデルによる数値解析が容易に行えるようになれば、高精細なモデルによるデジタル空間上での室内試験技術を活用すれば、月面など重力場が地球上と異なる環境での流体挙動や、地下深部の高温高压条件における流体挙動の検討を安全かつ迅速に行えるようになると思われる。今後の課題として、代表物性を得るためのサイズが大きい試料に対する評価手法(アップスケール方法)や、化学反応計算を取り入れたポアスケールモデリング技術の導入などが挙げられる。

参考文献

- 1) 地盤工学会：地盤材料試験の方法と解説(第一回改訂版), 2020.
- 2) Blunt, J. M., Bijeljic, B., Dong, H., Gharbi, O., Iglauer, S., Mostaghimi, P., Paluszny, A. and Pentland, C.: Pore-scale imaging and modelling, *Advances in Water Resources*, Vol.51, pp.197-216, 2013.
- 3) 増岡健太郎・山本肇：X線CTを用いた岩石中の流体流れの評価—空隙構造の比較と空隙スケールでの混相流解析—, 大成建設技術センター報 第52号, 49, 2019.
- 4) 増岡健太郎・熊本創・山本肇：マイクロフォーカスX線CT試験装置の導入と活用例, 大成建設技術センター報 第53号, 12, 2020.
- 5) 増岡健太郎・熊本創・山本肇：空隙スケールの水—空気混相流解析による砂質土の毛管圧曲線の推定, 令和3年度土木学会全国大会, III-125, 2021.
- 6) 戸田裕之：X線CT—産業・理工学でのトモグラフィー実践活用—, 共立出版, 2019.
- 7) Buades, A., Coll, B. and Morel, J.M.: *Nonlocal Image and Movie*

- Denoising. Int J Computer Visision, 76, p.123-139, 2008.
- 8) S. Beucher and F. Meyer: The morphological approach to segmentation, the watershed transformation, Mathematical morphology in image processing, chapter 12, pages 433-481, 1993.
 - 9) 河野伊一郎, 西垣誠: 不飽和砂質土の浸透特性に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第307号, 1981.
 - 10) 小松満, 榊利博: 飽和砂質地盤における空気侵入値の定量的評価手法に関する研究, 地盤工学会中国支部論文報告集, 地盤と建設, Vol. 30, No. 1, 2012
 - 11) 藤縄克之: 環境地下水学, 共立出版, 2010.
 - 12) 大谷順: X線CTから見る土質力学 1. 講座を始めるにあたって, 地盤工学会誌, 65-10 (717), 2017.
 - 13) 松村 聡, 水谷 崇亮, 篠永 龍毅: マイクロフォーカスX線CTスキャナを用いた地盤工学への新たなアプローチ, 港湾空港技術研究所資料, No.1313, 2015.
 - 14) 肥後陽介, 高野大樹, 椋木俊文: X線CTから見る土質力学 2. X線CTの概要と研究動向, 土と基礎, 65(10), pp.41-48, 2017.