進化計算を用いた床振動制御用TMDの最適設計

荒木 陽三＊1・田口 典生＊1・増田 潔＊1

Keywords : tuned mass damper, floor vibration, environmental vibration, evolutionary computation, mathematical optimization
同調質量ダンパー，床振動，環境振動，進化計算，数理最適化

1.　はじめに

鉄骨造の建築物において，建物内部での人の歩行や運動，建物外部の道路交通振動などを要因とする床の体感振動が問題となることがある。竣工後にこの問題が顕在化した場合，事後対策として，スラブとOAフロアの間にTMD(Tuned Mass Damper, 同調質量ダンパー)を設置して制御することが多い。TMDは質量，ばね，減衰材から構成される一自由度振動系で，TMD自身が大きく振動し，エネルギーを吸収する制振装置である。

一般的にTMDは質量が大きいほど効果が大きいが，OAフロアの下に設置するTMDの場合，施工性などの観点から1台30～40 kgのものが多く，鉄骨造の床構造3～5スパンが問題になった場合，10～20台を設置する。TMDが効果的に作用するためには，TMDの固有振動数である同調振動数と減衰比を床振動の動特性に合わせて適切に設計する必要がある。従来は複数のTMDであっても，一つの大きな質量と見なして，定点理論[1]により近似的に設計していた。定点理論は制御対象の有効質量とTMDの質量比から陽な形で一組の最適同調振動数と最適減衰比を求めることができるが，複数のTMDを設置する場合，厳密には同調振動数と減衰比の組もTMDの台数だけ存在することになり，定点理論では最適同調振動数と最適減衰比を求めることはできない。

このような複数のTMDの最適同調振動数と最適減衰比を求める問題は多変数の最適化問題となる。最適化問題を解くための数理最適化手法には，目的関数の勾配を用い，特定の問題に対して有効な最急降下法，共役勾配法，ニュートン法や，より汎用性の高い進化計算などがあるが，ここではAIの一種ともいわれる進化計算を採用した。進化計算は交叉，突然変異，淘汰といった生物の進化の過程を模倣することで，目的関数の勾配が得られないような複雑な工学的問題に対しても効率よく最適解を探索できる数理最適化手法である。

本研究ではこの進化計算を用いることで，複数のTMDの同調振動数と減衰比の最適設計を行い，実建物においてその効果を検証した。本論文では，まず進化計算によるTMDの最適設計手法について述べる。次に，実験対象とした建物の床で行った動特性の事前測定，およびその測定結果に基づいたTMDの最適設計について説明する。最後に，対象建物に定点理論と進化計算で設計したTMDを設置して行った歩行振動測定の結果について報告する。

2.　進化計算によるTMDの最適設計

2.1　床振動のモデル化

TMDを設計する際，設置対象の床振動の動特性を数理的にモデル化する必要がある。モデル化の方法にはFEMなどの数値解析手法を用いた理論モード解析と実測結果に基づく実験モード解析がある。理論モード解析は建物の設計段階での予測や事前対策の検討が可能であるが，実際に竣工した建物の動特性との誤差を生じる可能性がある。本研究では，竣工した建物の事後対策を想定し，実建物の床のアクセレランス測定を行い，実測結果からより精度の高いモデル化が可能な実験モード解析を採用した。

二次元一般粘性減衰系において，加振点(x_j, y_j)から

＊1　技術センター 先進技術開発部 AI連携技術開発室

応答点(x_i, y_i)へのコンプライアンス(単位加振力が作用したときに生じる振動変位)$G_{ij}(\omega)$は，r次の減衰固有角振動数，モード減衰率，固有モードをそれぞれω_{dr}，σ_r，$\psi_r(x,y)$とすると，

$$G_{ij}(\omega) = \sum_{r=0}^{n} \left(\frac{\psi_r(x_i, y_i)\psi_r(x_j, y_j)}{j\omega - s_r} + \frac{\psi_r^*(x_i, y_i)\psi_r^*(x_j, y_j)}{j\omega - s_r^*} \right) \tag{1}$$

と表される[2)]。ここで，$s_r = -\sigma_r + j\omega_{dr}$であり，$s_r^*$と$\psi_r^*$は$s_r$と$\psi_r$の複素共役を表している。測定により得られたコンプライアンスからω_{dr}とσ_r，および点(x_j, y_j)，(x_i, y_i)におけるψ_rを同定することができれば，上式によりコンプライアンスを数理的にモデル化することができる。これらのパラメータω_{dr}とσ_r，ψ_rを同定する手法は，様々なものが提案されているが，本研究では，複数点で測定されたコンプライアンスから非線形最小二乗法により同定する多点偏分法[2)]を用いた。

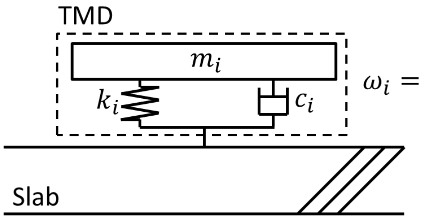
なお，式(1)においてψ_rは座標(x, y)の関数であるが，多点偏分法では測定時の加振点(x_j, y_j)，もしくは応答点(x_i, y_i)の値$\psi_r(x_i, y_i)$，$\psi_r(x_i, y_i)$しか同定できず，関数形そのものを陽な形で求めることはできない。そこで，$\psi_r(x, y)$を次のようなチェビシェフ級数展開で近似することを考える。

$$\psi_r(x, y) \approx \sum_{p=0, q=0}^{P, Q} c_{pq} T_p(x) T_q(y) \tag{2}$$

ここで，c_{pq}は展開係数，$T_p(x)$と$T_q(y)$はそれぞれ，p次とq次のチェビシェフ多項式，PとQは級数展開の打ち切り次数である。各加振点(x_j, y_j)と応答点(x_i, y_i)における$\psi_r(x_j, y_j)$，$\psi_r(x_i, y_i)$と式(2)の右辺の誤差が最小になるように最小二乗法により未知の係数c_{pq}をフィッティングすることで，任意の点における$\psi_r(x, y)$を陽な関数の線形和で表すことができ，測定を行った加振点と応答点以外のコンプライアンス$G(x, y, \omega)$についても近似的にではあるが求めることができる。

2.2 床構造と TMD 連成系のモデル化

TMD は図-1 のように質量m_i，ばねk_i，減衰c_iから構成される一自由度振動系である。床スラブの TMD を設置した位置に単位振動変位が生じたとき，TMD が振動することで床スラブに加わる力を$H_{ii}(\omega)$とすると，



$$\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}, \zeta_i = \frac{c_i}{2\sqrt{m_i k_i}}$$

図-1　TMD の力学モデル
Fig.1　Mechanical model of a TMD

$$H_{ii}(\omega) = \frac{m_i \omega_i (\omega_i^2 + 2j\zeta_i \omega_i \omega)}{\omega_i^2 + 2j\zeta_i \omega_i \omega - \omega^2} \tag{3}$$

と表される。ここで，ω_iとζ_iはそれぞれ，TMD の固有角振動数と減衰比である。

式(1)の$G_{ij}(\omega)$をi行j列の成分とするコンプライアンス行列を$\boldsymbol{G}(\omega)$，位置(x_i, y_i)に設置した TMD のスティフネス$H_{ii}(\omega)$をi行i列の成分とする行列を$\boldsymbol{H}(\omega)$としたとき，それらの連成系は図-2 のようなフィードバック系と見なすことができる。ここで，$\boldsymbol{U}(\omega)$は歩行などによって床スラブに入力される力，$\boldsymbol{Y}(\omega)$はその結果発生する振動変位である。また，外乱$\boldsymbol{U}(\omega)$を入力したときの応答$\boldsymbol{Y}(\omega)$は

$$\boldsymbol{Y}(\omega) = \left(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{G}(\omega)\boldsymbol{H}(\omega)\right)^{-1} \boldsymbol{G}(\omega)\boldsymbol{U}(\omega) \tag{4}$$

で求めることができ，振動加速度は$-\omega^2 \boldsymbol{Y}(\omega)$となる。

2.3 進化計算による最適設計

2.3.1 差分進化

TMD を最適設計するための数理的最適化手法として，生物の進化の過程を模倣して最適解を探索する進化計算の一つである，差分進化(Differential Evolution)[3)]を用いた。差分進化は他の進化計算のアルゴリズムと同様に，候補解である個体の交叉，突然変異，選択という操作を繰り返して最適解を探索する。進化計算の中でも効率的かつ汎用性の高い最適化手法といわれており，多くの最適化の大会でも優秀な成績を収めている手法である。

差分進化では設計変数の数Nだけ実数を並べたベクトル

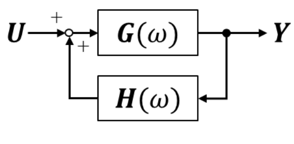


図-2　床構造と TMD 連成系のブロック線図
Fig.2　Block diagram of floor structure-TMD coupling system

$$\boldsymbol{x}_{g,n} = \{x_{g,n}[1], x_{g,n}[2], \cdots, x_{g,n}[N]\} \tag{5}$$

を一つの個体とする。ここで，添字のgは世代，nは 1 世代の中の個体番号を表す変数とする。差分進化の中にも様々なアルゴリズムがあるが，ここでは代表的なアルゴリズムである rand/1/bin について述べる。

1. 1 世代あたりの個体数をNPとして，1 世代目の個体$\boldsymbol{x}_{1,n}(n = 1,2,\cdots,NP)$を初期化する。
2. $\boldsymbol{x}_{1,n}$の中から順番に一つの個体を選び，それを$\boldsymbol{x}$とする。
3. $\boldsymbol{x}$以外の個体$\boldsymbol{x}_{1,n}$から重複しないようにランダムに三つ選び，それらを$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$とする。
4. $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$を用いて，突然変異ベクトルzを

$$\boldsymbol{z} = F(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) + \boldsymbol{c} \tag{6}$$

   とする。ここで，Fはスケール因子と呼ばれるパラメータで，通常，[0, 2]の範囲で設定する。
5. ベクトル$\boldsymbol{z}$の$j(j = 1,2,\cdots,N)$番目の設計変数の値を交叉率CRで$\boldsymbol{x}$のj番目の設計変数の値としたものを$\boldsymbol{y}$とする。
6. $\boldsymbol{x}$と$\boldsymbol{y}$の目的関数の値$f(\boldsymbol{x})$と$f(\boldsymbol{y})$を比較して，その値が小さい個体を次世代にも採用する。
7. 1 世代すべての$\boldsymbol{x}_{1,n}(n = 1,2,\cdots,NP)$について 2.から 6.の操作を行う。

上記 4.，5.，6.がそれぞれ突然変異，交叉，選択の操作に相当する。

設計変数が 2 変数の場合の設計変数空間と目的関数の例を図-3 に示す。色の濃淡が目的関数の値を表しており，色が濃いところほど目的関数の値が小さい，つまり最適解に近いことを意味している。設計変数空間にプロットされている点がある世代の個体を表しており，この例ではベクトル$\boldsymbol{x}$と$\boldsymbol{y}$の目的関数の値を比較すると，$\boldsymbol{y}$のほうが小さいため，次の世代には$\boldsymbol{x}$の代わりに$\boldsymbol{y}$を残す。

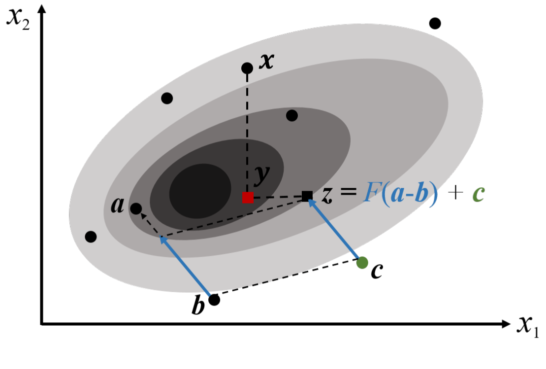


図-3　差分進化における設計変数空間と目的関数および個体の交叉と突然変異の関係

Fig.3　Example of design space, objective function, crossover and mutation of individuals in differential evolution

差分進化の特徴は，更新式(6)における$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$である。この項は個体が設計変数空間に広く分散している初期の段階は広く探索し，世代を経るにしたがって個体が最適解の付近に集まってくると集中的に探索する，つまり進化の過程で候補解のばらつき具合に応じて自動的に探索する領域をスケーリングすることを意味している。

2.3.2　設計変数と目的関数

TMD の特性は式(3)から分かるように質量m_i，固有角振動数ω_i，減衰比ζ_iにより決まる。本研究では，質量については施工時の取り回しを考慮し，1 台 40 kg で固定とし，TMD の固有角振動数と減衰比を設計変数とした。すなわち，TMD の設置台数をKとすると，設計変数の数は全部で$2K$となり，式(5)のベクトルの長さも$2K$となる。

目的関数は制振対象の 1/3 オクターブバンドにおけるアクセレランス$\left|\omega^2 G_{ij}(\omega)\right|$の全応答点の最大値とし，これが最小になるように TMD の固有角振動数と減衰比を最適化する。

3.　対象建物の動特性測定

3.1　床振動特性の測定

TMD を設計するため，事前に対象建物の動特性の測定を行った。

3.1.1　動特性測定方法

インパルスハンマーで加振点をたたき，応答点に設置した振動加速度センサーで振動加速度を測定し，周波数領域で振動加速度と加振力の比をとることでアクセレランスを求めた。加振は 1 点あたり 3 回行い，それらを平均し，コヒーレンスについても測定を行った。

3.1.2　測定対象と測定位置

図-4 に対象とした鉄骨造建物の床組と加振点および応答点の位置を示す。応答点は式(2)で固有モード$\psi_r(x,y)$を近似するときに近似誤差が最小となるように主にチェビシェフノードを選び，補足的に数点追加した。なお，実際の測定では相反定理(加振点と応答点を入れ替えてもアクセレランスが等しいこと)を利用し，振動加速度センサーの位置は固定し，インパルスハンマーでたたく位置を移動した。

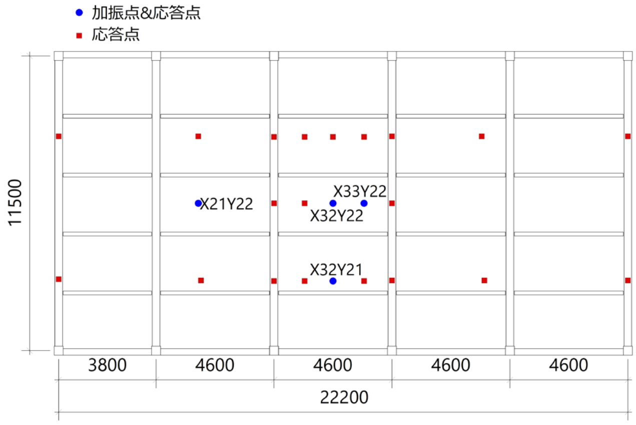


図-4　測定対象建物の床伏図と加振点および応答点
Fig.4　The driving and response points in a floor measured

3.2　動特性測定結果および同定結果

図-5 に例として床組の中央の点 X32Y22 を加振したときの駆動点アクセレランスの測定結果，および多点偏分法によってモード特性の同定を行い，式(1)を用いて求めたアクセレランスを示す。上から順にアクセレランスの絶対値，位相，コヒーレンスを示している。図-5 を見ると，測定値のコヒーレンスが小さい 4 Hz 以下を除いて，精度よく同定できていることが分かる。このとき，同定された 3 次までの固有振動数f_rとモード減衰比$\zeta_r = \sigma_r/2\pi f_r$を表-1 に示す。また，同定された 1 次モードの形状を図-6 に示す。対象とした床構造は 8.17 Hz に床組全体が大きく振動する 1 次モードがあることが分かる。この 1 次モードを対象として，TMD の最適設計を行った。

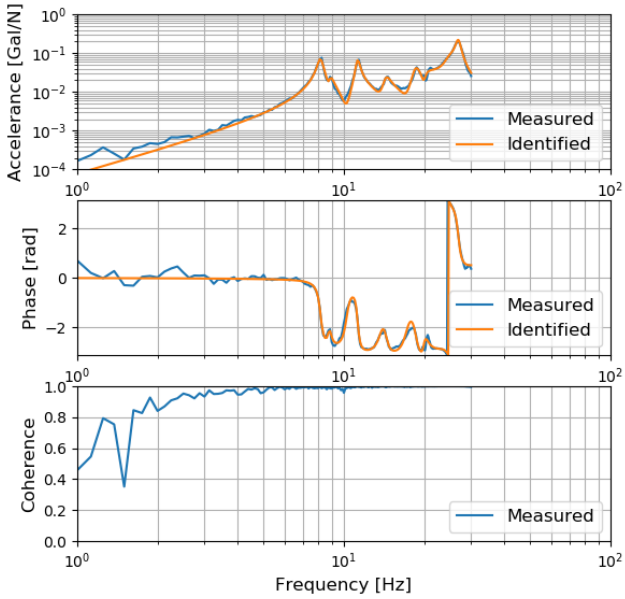


図-5　点 X32Y22 におけるアクセレランスの測定結果および同定結果
Fig.5　Measured and identified frequency characteristics of accelerance at point X32Y22

表-1　同定した固有振動数とモード減衰比
Table 1　Eigenfrequencies and modal damping ratios of floor structure identified

次数r	固有振動数f_r (Hz)	モード減衰比ζ_r
1	8.17	0.023
2	8.88	0.021
3	11.26	0.017

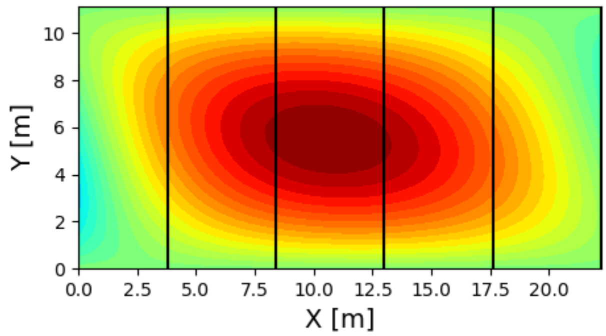


図-6　1 次振動モード形状
Fig.6　1st vibration modal shape

4.　TMD の最適設計

4.1　設計条件と設置位置

2 章で述べた手法により，1 次モードが含まれる 8 Hz 帯のアクセレランスを最小にするように TMD の同調振動数と減衰比を最適設計した。今回は，実験に使用した TMD の都合および施工性を考慮し，提案手法では 6 台の TMD を 3 台ずつの 2 組に分け，2 組の同調振動数と減衰比を最適設計した。また，比較対象として定点理論で 10 台と 6 台の TMD を設計した。各 TMD の配置は図-7，8 に示すように 1 次モードの腹の位置に集中して配置した。

4.2　最適化結果

8.17 Hz の 1 次モードを対象として定点理論で 10 台と 6 台の TMD を設計した場合，および提案手法で 6 台の TMD を設計した場合の同調振動数と減衰比を表-2 に示す。また，各条件における TMD 設置前に対する 8 Hz 帯の振動加速度の応答倍率についても同表に示す。定点理論で設計した場合の同調振動数は，10 台と 6 台いずれも床の 1 次固有振動数 8.17 Hz に比較的近い値であるが，進化計算で設計した場合はその上下に分かれる結果となった。また，減衰比については，進化計算で設計したものは定点理論で設計した場合の 1/2 程度となった。

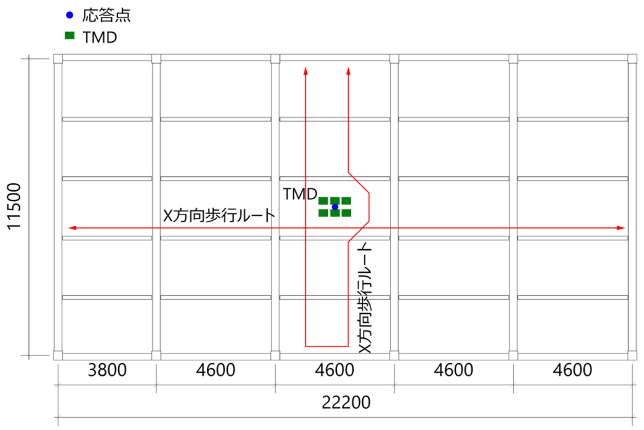


図-7　TMD6 台の配置と歩行ルート
Fig.7　Positions of 6 TMDs and walking root

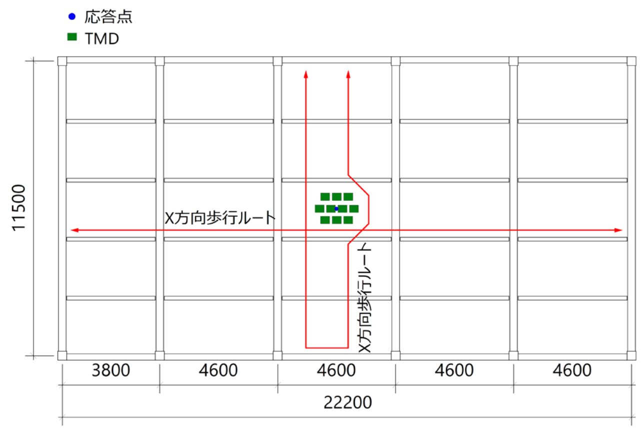


図-8　TMD10 台の配置と歩行ルート
Fig.8　Positions of 10 TMDs and walking root

表-2　定点理論と進化計算により設計した TMD の同調振動数と減衰比
Table 2　Tuned frequencies and damping ratios designed using fixed theory and evolutionary computation

	同調振動数 (Hz)	減衰比	応答倍率
定点理論 10 台	8.12	0.076	0.64
定点理論 6 台	8.14	0.059	0.69
進化計算 6 台	8.34	0.030	0.54
	7.80	0.036	

5.　TMD 設置後の歩行振動測定

5.1　歩行振動測定方法

TMD 設置時の制振効果を確認するため，同建物において床を歩行したときの振動測定を行った。歩行の条件は X 方向一人歩行，一人小走り，および Y 方向一人歩行の 3 種類とした。歩行のピッチは歩行加振力の倍調成分によって床の 1 次固有振動数で共振しやすいように，1 次固有振動数の 1/4，また小走りのピッチは固有振動数の 1/3 とした。図-7，8 に示す歩行ルート 1 往復ごとに 1/3 オクターブバンドフィルタ処理後の振動加速度時刻歴波形の最大値を測定し，3 往復の平均を代表値とした。

5.2　歩行振動測定結果

図-9～11 に各歩行条件での歩行振動測定結果を示す。また，それらの評価結果を表-3 にまとめる。TMD 設置前に比べて，各歩行条件とも 8 Hz 帯の振動加速度が低減されていることが分かる。定点理論で設計した 10 台の TMD 設置時は対策前に比べてすべての歩行条件で 2 ランク低減している。定点理論で設計した 6 台の TMD 設置時はすべての条件で 1 ランクの低減であった。それに対して，進化計算で設計した 6 台の TMD を設置した場合，X 方向歩行と Y 方向歩行で定点理論で設計した TMD10 台を設置した場合と同じ評価であり，少ない台数でもほぼ同等の制振性能を達成することができたと言える。

表-4 に各条件における TMD 設置前に対する 8 Hz 帯の振動加速度の応答倍率を示す。表-2 に示した設計段階で予測した応答倍率よりもすべての条件で小さくなっている。また，定点理論で設計した 6 台の TMD が最も制振効果が小さいことは予測結果と測定結果で一致するが，定点理論で設計した 10 台と進化計算で設計した 6 台は制振効果が逆転している条件もある。これらの予測結果と測定結果との誤差の要因として，実際の TMD は同調振動数と減衰比の厳密な調整は困難であり，一つ一つの TMD にもばらつきがあり，そのことが結果的に制振効果を向上させる方向に働いていること，ま

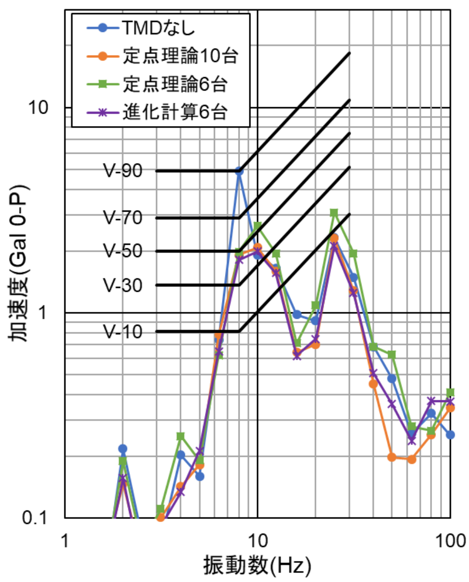


図-9　X 方向一人歩行時の点 X32Y22 における振動測定結果
Fig.9　Measured vibration acceleration at Point X32Y22 while walking to X direction

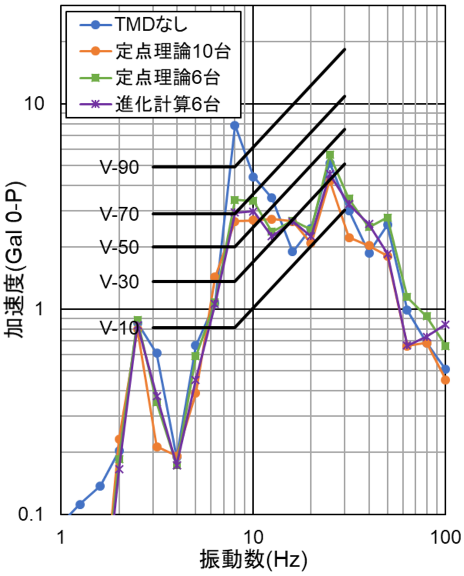


図-10　X 方向一人小走り時の点 X32Y22 における振動測定結果

Fig.10　Measured vibration acceleration at Point X32Y22 while running to X direction

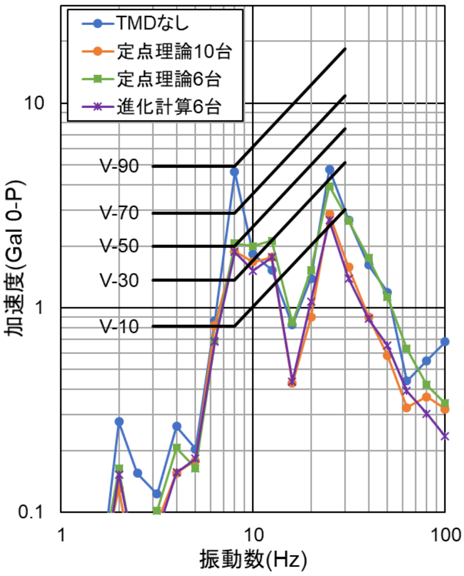


図-11　Y 方向一人歩行時の点 X32Y22 における振動測定結果

Fig.11　Measured vibration acceleration at Point X32Y22 while walking to Y direction

た，実際の TMD はスラブに対して面的に設置されるが，予測においては理想的な一質点系としてスラブに対して点で作用するようにモデル化しているなど，予測モデルの誤差も考えられる。

6.　まとめ

本研究では，進化計算を用いた床振動対策用 TMD の設計方法を開発し，実際の鉄骨造の建物を対象として TMD の最適設計を行い，その有効性について検証を行った。床の歩行振動測定の結果，進化計算で設計した 6 台の TMD は，従来の定点理論で設計した 10 台の TMD とほぼ同等の制振効果を示しており，進化計算を用いた最適設計により，TMD の設置台数を削減できることを示した。今回は施工性を考慮し，6 台の TMD を 2 組に分けて設計したが，6 台の TMD すべてを個々に最適化することも可能であり，それによりさらなる制振効果の向上も期待される。

また，予測結果と測定結果に一部乖離が見られたため，予測精度の向上が今後の課題としてあげられる。

表-3　居住性能評価結果一覧

Table 3　Summary of measured result

	X 方向歩行	X 方向小走り
定点理論 10 台	0.39	0.34
定点理論 6 台	0.40	0.43
進化計算 6 台	0.37	0.38
	Y 方向歩行	
定点理論 10 台	0.41	
定点理論 6 台	0.45	
進化計算 6 台	0.41	

表-4　8 Hz 帯振動加速度応答の倍率

Table 4　Amplification ratio of vibration acceleration at 8 Hz band

	X 方向歩行	X 方向小走り
TMD 設置前	V-90 以下	V-90 以上
定点理論 10 台	V-50 以下	V-70 以下
定点理論 6 台	V-70 以下	V-90 以下
進化計算 6 台	V-50 以下	V-90 以下
	Y 方向歩行	
TMD 設置前	V-90 以下	
定点理論 10 台	V-50 以下	
定点理論 6 台	V-70 以下	
進化計算 6 台	V-50 以下	

参考文献

1) J. P. Den Hartog : Mechanical Vibrations, McGraw-Hill, 1956.
2) 長松昭男，萩原一郎，吉村卓也，梶原逸郎，雉本信哉：音・振動のモード解析と制御，コロナ社，1996.
3) K. Price and R. M. Storn : Differential Evolution – A Practical Approach to Global Optimization, Springer, 2006.